

## MATEMATICA B

**Esercizio 1.** In una comunità composta da maschi e femmine vale la seguente struttura poligamica:

1. ogni coppia di maschi distinti condivide una ed un'unica femmina (nel senso che esiste un'unica femmina coniugata con entrambi);
2. ogni coppia di femmine distinte condivide uno ed un'unico maschio;
3. ci sono quattro femmine tali che nessun maschio sia coniugato con più di due di queste.

Si chiede, giustificando la risposta,

- a) se questa struttura comporta la parità di genere;
- b) se ciascun maschio è coniugato con 50 femmine, qual è il numero totale degli individui di questa comunità?

**Esercizio 2.** Trovare le soluzioni dell'equazione

$$\sqrt{1 + \sin(2x)} - \sqrt{1 - \sin(2x)} = 2 \sin x$$

nell'intervallo  $[-\pi, \pi]$ .

**Esercizio 3.** Per quali valori del parametro  $k \in \mathbb{Z}$  la disequazione

$$e^n + n^2 - 2k^2n \geq 0$$

vale, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ?

**Esercizio 4.** Tre coccinelle  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato 1 metro. Al tempo  $t_0 = 0$ , con velocità costante pari a 1 metro al minuto, la coccinella  $c_1$  si muove verso la coccinella  $c_2$ , la coccinella  $c_2$  si muove verso la coccinella  $c_3$  e la coccinella  $c_3$  si muove verso la coccinella  $c_1$ . Si dimostri che le coccinelle si incontrano dopo un tempo finito  $t$  al centro del triangolo e si calcoli il tempo  $t$ .

**Esercizio 5.** Ci sono 20 lampadine disposte in fila, e dobbiamo accenderne 6. In quanti modi si può fare questa scelta, in modo che non ci siano mai due lampadine consecutive accese?



**Esercizio 6.** Dato un triangolo  $ABC$  in cui l'angolo in  $A$  misura 120 gradi, siano  $F, G, H$  le intersezioni tra la bisettrice di un angolo (in  $A, C, B$ , rispettivamente) e il suo lato opposto, (vedi figura). Dimostrare che l'angolo  $\angle GFH$  è retto.

